Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences de la Matière
Département de Physique / M1 : Nanophysique

UE : Propriétés physiques des couches minces

Corrigé de l'examen du 14/01/2024

Questions de cours *(8 points : 2 points/question)*

1). Réponse ***(b)***

2). *a)* *C1* est **Paramagnétique** ; *b)* *C2* est **Diamagnétique** ; *c)* *C3* est **Ferromagnétique**

3). Réponse ***(b)***

Exercice (*12 points : 3 + 3 + 2 + 4*)

1. Expression des composantes de la vitesse du porteur de charge.

Régime permanent ➔ $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ (vitesse moyenne du porteur de charge constante)

Equation du mouvement du porteur de charge :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\left(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) - \frac{m\vec{v}}{\tau} \rightarrow q\left(\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = \frac{m\vec{v}}{\tau}$$

$$\vec{v} \wedge \vec{B} = \left(B_z v_y\right)\vec{\imath} - \left(B_z v_x\right)\vec{\jmath}$$

$$\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{m\vec{v}}{q\tau} \Longrightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_x + B_z v_y = \frac{m v_x}{q\tau} \\ \mathcal{E}_y - B_z v_x = \frac{m v_y}{q\tau} \\ \mathcal{E}_z = \frac{m v_z}{q\tau} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{q\tau}{m}\left(\mathcal{E}_x + B_z v_y\right) \\ v_y = \frac{q\tau}{m}\left(\mathcal{E}_y - B_z v_x\right) \\ v_z = \frac{q\tau}{m}\mathcal{E}_z \end{cases}$$

2. Expressions des densités de courant dans le cas où q = -e.

$$\begin{cases} v_x = \frac{-e\tau}{m}\left(\mathcal{E}_x + B_z v_y\right) \\ v_y = \frac{-e\tau}{m}\left(\mathcal{E}_y - B_z v_x\right) \\ v_z = \frac{-e\tau}{m}\mathcal{E}_z \end{cases} \quad \text{Ou encore} \quad \begin{cases} -\frac{m}{e\tau}v_x - B_z v_y = \mathcal{E}_x & (1) \\ B_z v_x - \frac{m}{e\tau}v_y = \mathcal{E}_y & (2) \end{cases}$$

(1) et (2) représentent un système de 2 équations à 2 inconnues v_x et v_y. La résolution de ce système d'équations donne :

$$v_x = \frac{\begin{vmatrix} \mathcal{E}_x & -B_z \\ \mathcal{E}_y & -\frac{m}{e\tau} \end{vmatrix}}{\left(\frac{m}{e\tau}\right)^2 + B_z^2} = \left(-\frac{e\tau}{m}\right)\frac{\mathcal{E}_x - \omega_c\tau\mathcal{E}_y}{1+\omega_c^2\tau^2} \qquad \text{et} \qquad v_y = \frac{\begin{vmatrix} -\frac{m}{e\tau} & \mathcal{E}_x \\ B_z & \mathcal{E}_y \end{vmatrix}}{\left(\frac{m}{e\tau}\right)^2 + B_z^2} = \left(-\frac{e\tau}{m}\right)\frac{\mathcal{E}_y + \omega_c\tau\mathcal{E}_x}{1+\omega_c^2\tau^2}$$

$$\begin{cases} J_x = -nev_x = \left(\dfrac{ne^2\tau}{m}\right)\dfrac{\mathcal{E}_x - \omega_c\tau\mathcal{E}_y}{1+\omega_c^2\tau^2} = \dfrac{\sigma_0}{1+\omega_c^2\tau^2}\left(\mathcal{E}_x - \omega_c\tau\mathcal{E}_y\right) \\ J_y = -nev_y = \left(\dfrac{ne^2\tau}{m}\right)\dfrac{\mathcal{E}_y + \omega_c\tau\mathcal{E}_y}{1+\omega_c^2\tau^2} = \dfrac{\sigma_0}{1+\omega_c^2\tau^2}\left(\mathcal{E}_y + \omega_c\tau\mathcal{E}_x\right) \\ J_z = -nev_z = \dfrac{ne^2\tau}{m}\mathcal{E}_z = \sigma_0\mathcal{E}_z \end{cases}$$

3. Signification de σ_0 et de ω_c.

$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ est la conductivité en continu (ou conductivité de Drude) et $\omega_c = \frac{eB_z}{m}$ est la fréquence cyclotron.

4. a) Expression de $v(\omega)$.

$m\left(\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau}\right) = -e\vec{\mathcal{E}}$ ou encore $m\left(-i\omega\, v(\omega) + \frac{v(\omega)}{\tau}\right) exp(-\omega t).\vec{u} = -e\mathcal{E}(\omega)\, exp(-\omega t).\vec{u}$

$m\left(-i\omega\, v(\omega) + \frac{v(\omega)}{\tau}\right) = -e\mathcal{E}(\omega)$ ➔ $mv(\omega)\left[-i\omega + \frac{1}{\tau}\right] = mv(\omega)\left[\frac{1-i\omega\tau}{\tau}\right] = -e\mathcal{E}(\omega)$

$$\boldsymbol{v(\omega) = \left(-\frac{e\tau}{m}\right)\left(\frac{\mathcal{E}(\omega)}{1 - i\omega\tau}\right)}$$

4. b) Expression de $\sigma(\omega)$.

La densité de courant s'écrit :

$$\vec{j} = -ne\vec{v} = \sigma(\omega)\vec{\mathcal{E}} \text{ ➔ } -nev(\omega)\, exp(-\omega t).\vec{u} = \sigma(\omega)\, \mathcal{E}(\omega) exp(-\omega t).\vec{u}$$

$$\sigma(\omega) = -\frac{ne}{\mathcal{E}(\omega)}v(\omega) = -\frac{ne}{\mathcal{E}(\omega)}\left\{\left(-\frac{e\tau}{m}\right)\left(\frac{\mathcal{E}(\omega)}{1-i\omega\tau}\right)\right\} = \frac{ne^2\tau}{m}\left(\frac{1}{1-i\omega}\right) = \frac{ne^2\tau}{m}\left(\frac{1+i\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}\right)$$

$$\sigma(\omega) = \sigma_0(A + iB)$$

Avec $A = \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}$ et $B = \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}$